

М. Ә. Бектемесов  
Ф. Р. Гусманова  
А. Р. Тұрғанбаева

## САНДЫҚ ӘДІСТЕР

*Оқу құралы*

Алматы  
«Қазақ университеті»  
2017

ӘОЖ 510 (075.8)

КБЖ 22.16 я 73

Б 40

*Баспаға әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті  
механика-математика факультетінің  
Ғылыми кеңесі және Редакциялық-баспа кеңесі  
шешімімен ұсынылған  
(№2 хаттама 29 желтоқсан 2016 жыл)*

**Пікір жазған**

физика-математика ғылымдарының докторы, профессор  
**Қ.Қ. Шакинов**

**Бектемесов М.А.**

Б 40 Сандық әдістер: оқу құралы / М.Ә. Бектемесов,  
Ф.Р. Гусманова, А.Р. Тұрғанбаева. – Алматы: Қазақ уни-  
верситеті, 2017. – 252 б.

ISBN 978-601-04-2281-0

Ұсынылып отырған оқу құралында әр түрлі қолданбалы есептерді шығаруда қолданылатын сандық әдістер туралы негізгі қажетті мәліметтер білім алушыларға түсінікті әрі ғылыми тілде келтірілген. Оқу құралындағы сандық әдістер үшін блок-сызбалар қарастырылды. Дайындалған оқу құралы әр түрлі деңгейдегі білім алушыларға арналғандықтан, келтірілген мәліметтер, осы ғылыми пән бағытында қалыптастырылған классикалық іргелі нәтижелерді қамтитындай жалпы сипатта жазылған. Оқу құралы білім алушылармен қатар осы салада айналысатын мамандарға пайдалы.

ӘОЖ 510 (075.8)

КБЖ 22.16 я 73

ISBN 978-601-04-2281-0

© Бектемесов М.Ә., Гусманова Ф.Р.,  
Тұрғанбаева А.Р., 2017  
© Әл-Фараби атындағы ҚазҰУ, 2017

# **МАЗМҰНЫ**

|                                                                                           |           |
|-------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>КІРІСПЕ</b> .....                                                                      | <b>3</b>  |
| <b>1-тарау. ҚАТЕЛІКТЕР ТЕОРИЯСЫ</b> .....                                                 | <b>6</b>  |
| 1.1. Санның жуық мәндері, олардың қателіктері.....                                        | 6         |
| 1.2. Санның жуық мәнінің ондық жазылуы.....                                               | 11        |
| 1.3. Санның жуық мәніне қолданылатын амалдардың нәтиже қателіктері.....                   | 13        |
| 1.4. Қателік түрлері.....                                                                 | 17        |
| 1.5. Жуық әдістердің жалпы теориясының элементтері.....                                   | 18        |
| <b>2-тарау. ФУНКЦИЯНЫҢ МӨНІН ЕСЕПТЕУ</b> .....                                            | <b>22</b> |
| 2.1. Көпмүшенің мәнін есептеу.....                                                        | 22        |
| 2.1.1. Горнер сұлбасы.....                                                                | 22        |
| 2.1.2. Горнердің жалпыланған сұлбасы.....                                                 | 26        |
| 2.2. Кейбір трансцендент функциялардың мәндерін дәрежелік қатардың көмегімен есептеу..... | 29        |
| 2.2.1. Көрсеткіштік функцияның мәнін есептеу.....                                         | 29        |
| 2.2.2. Логарифмдік функцияның мәнін есептеу.....                                          | 31        |
| 2.2.3. Тригонометриялық функциялардың мәндерін есептеу.....                               | 32        |
| 2.2.4. Гиперболалық тригонометриялық функциялардың мәндерін есептеу.....                  | 35        |
| 2.3. Кейбір көпмүшеліктік жуықтаулар.....                                                 | 37        |
| 2.3.1. Көрсеткіштік функцияның мәнін есептеу.....                                         | 37        |
| 2.3.2. Логарифм функциясының мәнін есептеу.....                                           | 37        |
| 2.3.3. Тригонометриялық функциялардың мәндерін есептеу.....                               | 38        |
| 2.4. Рационалдық жуықтау.....                                                             | 38        |
| 2.5. Кейбір трансцендент функциялардың мәндерін тізбе бөлшектердің көмегімен есептеу..... | 41        |
| 2.5.1. Негізгі түсініктер.....                                                            | 41        |
| 2.5.2. $e^x$ функциясын тізбе бөлшекке жіктеу.....                                        | 46        |
| 2.5.3. $\lg x$ функциясын тізбе бөлшекке жіктеу.....                                      | 46        |
| <b>3-тарау. АЛГЕБРАЛЫҚ ЖӘНЕ ТРАНСЦЕНДЕНТ ТЕНДЕУЛЕРДІҢ ЖУЫҚ ШЕШІМІ</b> .....               | <b>48</b> |
| 3.1. Есептің қойылуы.....                                                                 | 48        |
| 3.2. Түбірлерді жекешелеу.....                                                            | 51        |

|                                                           |    |
|-----------------------------------------------------------|----|
| 3.3. Түбірлерді дәлдеу .....                              | 52 |
| 3.4. Теңдеулерді графиктік шешу .....                     | 53 |
| 3.5. Кесіндіні қаж бөлу (бисекция, дихотомия) әдісі ..... | 53 |
| 3.6. Хорда әдісі .....                                    | 56 |
| 3.7. Ньютон (жанамалар) әдісі .....                       | 60 |
| 3.8. Қиюшылар әдісі .....                                 | 65 |
| 3.9. Аралас әдіс .....                                    | 68 |
| 3.10. Қарапайым итерация (біртіндеп жуықтау) әдісі .....  | 72 |

#### **4-тарау. СЫЗЫҚТЫҚ АЛГЕБРАЛЫҚ ТЕНДЕУЛЕР ЖҮЙЕСІН ШЕШУ .....**

|                                                                                                                                                                              |     |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 4.1. Сызықтық теңдеулер жүйесін шешу әдістерінің жалпы сипаттамасы .....                                                                                                     | 78  |
| 4.2. Сызықтық алгебралық теңдеулер жүйесін шешудегі тура әдістер .....                                                                                                       | 82  |
| 4.2.1. Крамер формуласы .....                                                                                                                                                | 82  |
| 4.2.2. Гаусс әдісі .....                                                                                                                                                     | 84  |
| 4.2.3. Теңдеулер саны айнымалылар санымен сәйкес келмейтін немесе жүйенің негізгі матрицасы өзгеше болатын сызықтық алгебралық теңдеулер жүйесін Гаусс әдісімен шығару ..... | 96  |
| 4.2.4. Құмалау әдісі .....                                                                                                                                                   | 100 |
| 4.2.5. LU жіктеу әдісі .....                                                                                                                                                 | 106 |
| 4.2.6. Квадрат түбір әдісі .....                                                                                                                                             | 110 |
| 4.3. Сызықтық алгебралық теңдеулер жүйесін шешудегі итерациялық әдістер .....                                                                                                | 115 |
| 4.3.1. Қарапайым итерация әдісі .....                                                                                                                                        | 116 |
| 4.3.2. Гаусс-Зейдель әдісі .....                                                                                                                                             | 122 |
| 4.3.3. Релаксация әдісі .....                                                                                                                                                | 127 |

#### **5-тарау. СЫЗЫҚТЫҚ ЕМЕС ТЕНДЕУЛЕР ЖҮЙЕСІН ШЕШУ .....**

|                                                                          |     |
|--------------------------------------------------------------------------|-----|
| 5.1. Сызықтық емес теңдеулер жүйесін итерация әдісімен шешу .....        | 131 |
| 5.2. Сызықтық емес теңдеулер жүйесін шешуге арналған Ньютон әдісі .....  | 136 |
| 5.3. Сызықтық емес теңдеулер жүйесін шешуге арналған Зейдель әдісі ..... | 141 |

#### **6-тарау. МАТРИЦАНЫҢ ӨЗІНДІК МӘНДЕРІН ЖӘНЕ ӨЗІНДІК ВЕКТОРЛАРЫН ТАБУ .....**

|                                                                                                  |     |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 6.1. Өзіндік мәндерді және өзіндік векторларды есептеуге қажетті кейбір негізгі мәліметтер ..... | 144 |
| 6.2. Данилевский әдісі .....                                                                     | 145 |

|                                                                                                                                                |            |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| 6.3. Крылов әдісі .....                                                                                                                        | 150        |
| 6.4. Леверрье әдісі .....                                                                                                                      | 154        |
| 6.5. Матрицаның абсолют шамасы бойынша үлкен бірінші және екінші өзіндік мәндерін және сәйкес өзіндік векторларын итерация әдісімен табу ..... | 155        |
| 6.6. Нақты матрицаның алғашқы өзіндік мәнін табуға арналған скаляр көбейтінді әдісі .....                                                      | 156        |
| <b>7-тарау. ФУНКЦИЯНЫ ИНТЕРПОЛЯЦИЯЛАУ .....</b>                                                                                                | <b>158</b> |
| 7.1. Интерполяциялау есебінің қойылуы .....                                                                                                    | 158        |
| 7.2. Айырымдар кестесі .....                                                                                                                   | 166        |
| 7.3. Лагранждың интерполяциялық формуласы. Эйткен сұлбасы .....                                                                                | 171        |
| 7.4. Ньютоның интерполяциялық формулалары .....                                                                                                | 176        |
| 7.4.1. Ньютоның бірінші интерполяциялық формуласы .....                                                                                        | 176        |
| 7.4.2. Ньютоның екінші интерполяциялық формуласы .....                                                                                         | 182        |
| 7.5. Гаусстың интерполяциялық формулалары .....                                                                                                | 185        |
| 7.6. Стирлингтің интерполяциялық формуласы .....                                                                                               | 187        |
| 7.7. Бессельдің интерполяциялық формулалары .....                                                                                              | 188        |
| 7.8. Кері интерполяциялау .....                                                                                                                | 191        |
| 7.9. Сплайнның көмегімен интерполяциялау .....                                                                                                 | 193        |
| <b>8-тарау. САНДЫҚ ДИФФЕРЕНЦИАЛДАУ .....</b>                                                                                                   | <b>197</b> |
| 8.1. Сандық дифференциалдау есебінің қойылуы .....                                                                                             | 197        |
| 8.2. Ньютоның бірінші интерполяциялық формуласына негізделген жуықтап дифференциалдау .....                                                    | 198        |
| 8.3. Стирлинг формуласына негізделген жуықтап дифференциалдау .....                                                                            | 202        |
| 8.4. Бірдей қашықтықтағы нүктелер үшін осы нүктелердегі функцияның мәндері арқылы өрнектелген сандық дифференциалдау .....                     | 203        |
| <b>9-тарау. САНДЫҚ ИНТЕГРАЛДАУ .....</b>                                                                                                       | <b>206</b> |
| 9.1. Сандық интегралдау есебінің қойылуы .....                                                                                                 | 206        |
| 9.2. Тік төртбұрыштар әдісі .....                                                                                                              | 209        |
| 9.3. Трапеция әдісі .....                                                                                                                      | 215        |
| 9.4. Симпсон әдісі .....                                                                                                                       | 218        |
| 9.5. Гаусстың квадратуралық формуласы .....                                                                                                    | 222        |
| 9.6. Чебышевтың квадратуралық формуласы .....                                                                                                  | 227        |
| 9.7. Монте-Карло әдісі .....                                                                                                                   | 229        |
| <b>10-тарау. ҚАРАПАЙЫМ ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ТЕНДЕУЛЕРДІ ШЕШУ .....</b>                                                                              | <b>231</b> |
| 10.1. Коши есебі .....                                                                                                                         | 232        |

|                                            |            |
|--------------------------------------------|------------|
| 10.2. Біртіндеп жуықтау әдісі.....         | 234        |
| 10.3. Эйлер әдісі.....                     | 235        |
| 10.4. Эйлердің жетілдірілген әдістері..... | 238        |
| 10.5. Рунге-Кутта әдісі.....               | 240        |
| 10.6. Адамс әдісі.....                     | 242        |
| 10.7. Милн әдісі.....                      | 245        |
| <b>БИБЛИОГРАФИЯЛЫҚ ТІЗІМ.....</b>          | <b>247</b> |

Оқу басылымы

Бектемесов Мақтағали Әбдімәжитұлы  
Гусманова Фарида Равильқызы  
Тұрғанбаева Алма Рымбекқызы

## САНДЫҚ ӘДІСТЕР

Оқу құралы

Редакторы *Г. Ыбырайқызы*  
Компьютерде беттеген және  
мұқабасын көркемдеген *Ғ. Қалиева*

ИБ №10864

Басуға 03.05.2017 жылғы көп қойылды. Пішімі 60x84 1/16.  
Көлемі 15,75 б.т. Офсетті қағаз. Сандық басылым. Тапсырыс №976.  
Тарауы 150 дана. Бағасы келісімсіз.  
Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университетінің  
«Қазақ университеті» баспа үйі.  
050040, Алматы қаласы, әл-Фараби даңғылы, 71.

«Қазақ университеті» баспа үйі баспаханасында басылды.